Teoría de Circuitos

TP 5: Excitación sinusoidal en régimen permanente. Métodos de resolución de circuitos.

Conceptos básicos:

Una corriente o tensión sinusoidal a una frecuencia de f Hz o una frecuencia angular $\omega = 2\pi$ f rad/s queda caracterizada por su amplitud (valor máximo) y su ángulo de fase inicial. Por ejemplo: $i(\omega t)= Im\ sen(\omega t + \phi)$, con amplitud Im y fase inicial ϕ. El conocimiento de f, Im y ϕ permiten especificar por completo la respuesta.

La mejor forma para obtener la respuesta en un circuito en régimen sinusoidal es realizar el análisis utilizando el dominio de la frecuencia en lugar del dominio en el tiempo, introduciendo el concepto de **fasor**. El fasor se puede utilizar cuando el circuito es lineal y todas las fuentes de excitación son senoidales y de la misma frecuencia. El fasor es un número complejo que representa la magnitud y la fase de una onda senoidal y que se basa en la identidad de Euler que relaciona la función exponencial con la función trigonométrica:

$$\boldsymbol{e^{\pm j\,\emptyset} = \cos\emptyset + j\ sen\emptyset}$$

$$\cos\emptyset = R\{e^{j\emptyset}\},\ \ sen\ \emptyset = I\{e^{j\emptyset}\}$$

Utilizando las relaciones anteriores la corriente senoidal: $i(\omega t)= Im\ sen(\omega t + \phi)$ puede representarse en la forma:

$$i(\omega t) = Im\ sen\ (\omega t + \ \emptyset) = Im\ I\{e^{j\,(\omega t+\emptyset)}\} = \ I\{Im\ e^{j\,(\omega t+\emptyset)}\} = \ I\{\boldsymbol{Im\ e^{j\emptyset}}\ e^{j\,\omega t}\}$$

En la ecuación anterior $Im\ e^{j\phi}$ es un número complejo que contiene la información de la amplitud y la fase de la corriente senoidal $i(\omega t)$ a la frecuencia ω. El número complejo dado por:

$$\mathbf{I} = \mathrm{Im}\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\emptyset}$$

es la representación como fasor de la función senoidal dada en el dominio de la frecuencia. Suele utilizarse una representación abreviada del fasor, representado con letra en negrita:

$$\mathbf{I} = \mathrm{Im}\ <\phi$$

La expresión anterior es la representación en forma polar del fasor y también puede ser representado en forma rectangular:

$$\mathbf{I} = \mathrm{Im}\cos\phi + \mathrm{j}\ \mathrm{Im}\ \mathrm{sen}\phi$$

El paso de la representación como fasor en el dominio de la frecuencia a la representación en el dominio del tiempo requiere realizar el proceso inverso multiplicando el fasor por el factor $e^{j\omega t}$ y luego tomar la parte imaginaria aplicando la identidad de Euler:

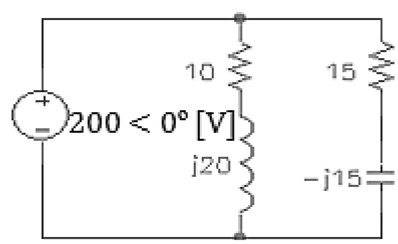
$$i(\omega t) = I\{Im\ e^{j\emptyset}\ e^{j\,\omega t}\} = \ I\{Im\ e^{j(\omega t+\emptyset)}\} = Im\ sen\ (\omega t + \ \emptyset)$$

En un circuito la relación entre el fasor tensión **V** y el fasor corriente **I** se denomina impedancia Z y se mide en Ohms. La impedancia es un número complejo pero no es un fasor ya que no tiene dependencia temporal. La impedancia en el dominio de la frecuencia es la magnitud análoga a la resistencia, inductancia y capacitancia en el dominio del tiempo. La parte imaginaria de la impedancia se denomina reactancia. La impedancia de un resistor es $Z_R = R$, y es un valor real (reactancia nula), por lo que en el dominio de la frecuencia la corriente y la tensión en un resistor están en fase. Para un inductor la impedancia $Z_L = j\omega L$ donde $\omega L = X_L$ se denomina reactancia inductiva. En el dominio de la frecuencia el fasor tensión en un inductor adelanta 90° respecto al fasor de la corriente en el mismo. Para un capacitor la impedancia $Z_C = -j/\omega C$ donde $1/\omega C = X_C$ es la reactancia capacitiva. En el dominio de la frecuencia el fasor tensión en un capacitor retrasa 90° respecto al fasor de la corriente.

Todas las técnicas de análisis de circuitos lineales que se aplican a circuitos resistivos se aplican a los circuitos en régimen permanente sinusoidal en el dominio de la frecuencia: leyes de Kirchhoff, combinaciones de impedancias, métodos de corrientes de malla y tensiones de nodos, teoremas de Thevenin y Norton, etc.

Ejercicio 1

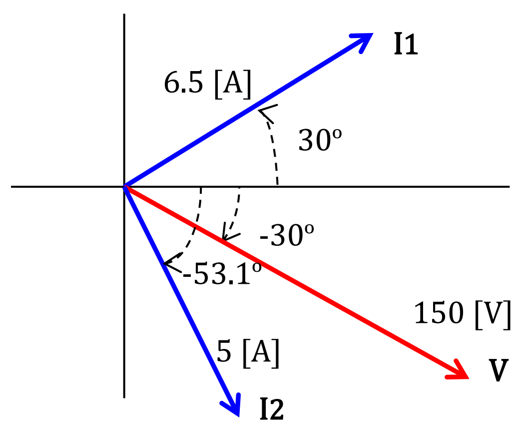
Para el siguiente circuito construir el diagrama fasorial de corrientes.



Ejercicio2

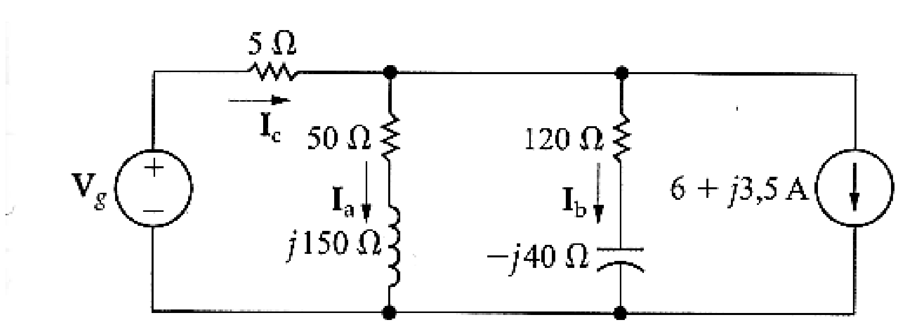
En el diagrama fasorial de la figura se representan la tensión aplicada a un circuito de dos ramas en paralelo y las intensidades que circulan por cada rama.

Calcular las impedancias **Z1** y **Z2** de dichas ramas.



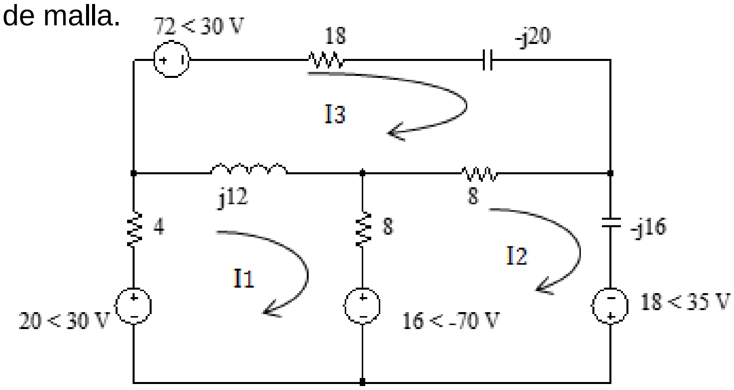
Ejercicio 3

a) Calcular **Ib**, **Ic** y **Vg** si **Ia** = 2 A < 0 º.
b) Construir el diagrama fasorial
c) Escribir las expresiones de ib(ωt), ic(ωt)y vg(ωt).



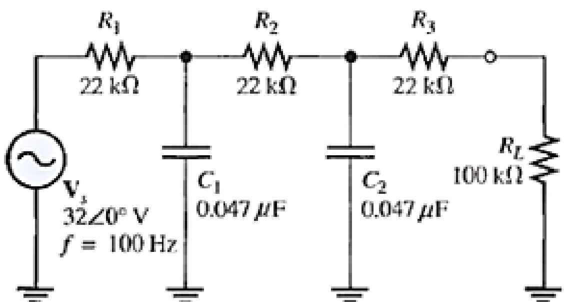
Ejercicio 4

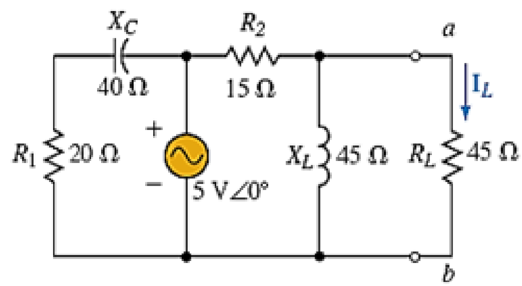
Resolver utilizando método de corrientes de malla.

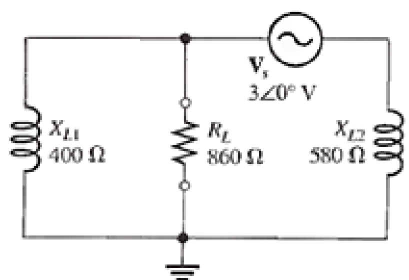


Ejercicio 5

Calcular el circuito equivalente de Thevenin visto por RL y la corriente que circula por RL.

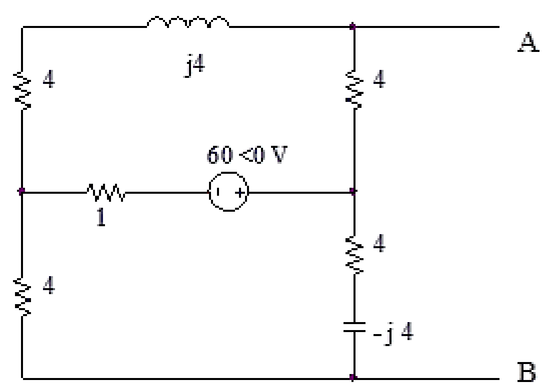






Ejercicio 6

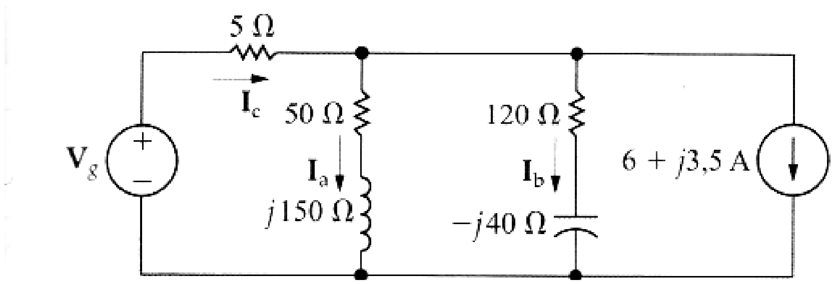
Encontrar el circuito equivalente de Thevenin. Resolver utilizando método de mallas. Los valores están en Ohm.



Ejercicio 7

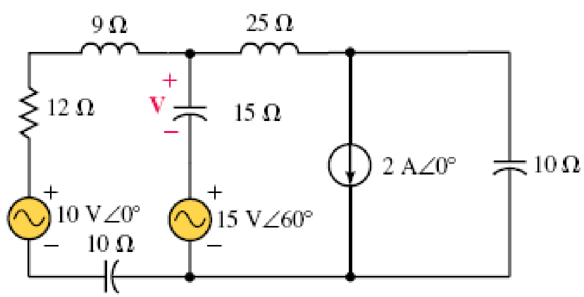
a) Calcular **Ib**, **Ic** y **Vg** si **Ia** = 2 A < 0 º. Aplicar método de tensiones de nodos.

b) escribir las ecuaciones de ib(ωt), ic(ωt)y vg(ωt).



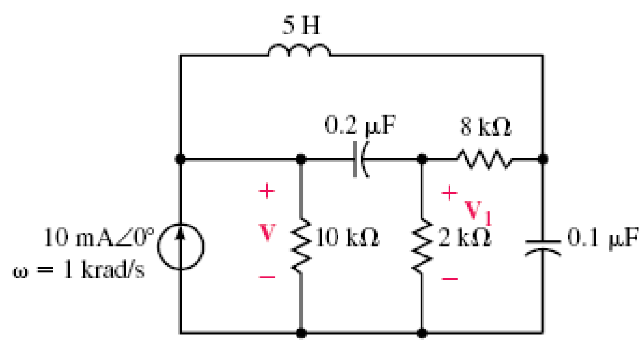
Ejercicio 8

Resolver aplicando método de tensiones de nodos.



Ejercicio 9

Calcular **V** y **V1** usando método de tensiones de nodo.



Ejercicio 10

Usando el teorema de superposición, calcular la tensión sobre C