Representación de Números Fraccionarios

Organización de computadoras 2014

Universidad Nacional de Quilmes

Como se vio en la unidad anterior, existen distintos enfoques binarios para representar los números enteros (Z) tanto positivos como negativos. Cada uno presenta ventajas y desventajas en cuanto al rango representable y el tratamiento aritmético de las cadenas. En algunos casos se trata el bit del extremo izquierdo como bit de signo: si su valor es 0 entonces el número es positivo, y si su valor es 1, el número representado es negativo.

La representación en Signo-Magnitud posee varias limitaciones. Una de ellas es que la suma y la resta requieren tener en cuenta tanto los signos como sus magnitudes relativas para llevar a cabo la operación, y otra es que se tiene dos cadenas que representan al valor cero. Esto último es un inconveniente porque es mas difícil comprobar si un valor es cero, cuando se tienen dos representaciones, y esa es una situación que se da muy habitualmente en la ejecución de un programa. Debido a estas limitaciones, rara vez se utiliza este sistema de numeración para implementar en la ALU las operaciones con enteros. En su lugar, el esquema mas común es la representación en Complemento a 2.

Al igual que en Signo Magnitud, el sistema Complemento a 2 utiliza el bit de la izquierda para indicar el signo, pero difiere en el mecanismo para interpretar el resto de los bits. La mayoría de la bibliografía sobre representación en CA2 se centran en las reglas para la obtención de los números negativos, sin pruebas formales de que el esquema 'funcione'. En su lugar, la presentación que hacemos de los números enteros en complemento a dos se entiende mejor definiéndola en términos de una suma ponderada de bits, como se hizo en el sistema BSS. La ventaja de este tratamiento está en que no queda duda alguna de si las operaciones aritméticas con el sistema CA2 puedan no funcionar en algunos casos concretos. En este sistema, el valor de una cadena $a_{n-1}...a_0$ será:

$$I_{ca2}(a_{n-1}...a_0) = -a_{n-1} * 2^{n-1} + \Sigma_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

La representación en CA2 facilita las operaciones de suma y resta, por lo que utilizada casi universalmente como representación de los enteros en los procesadores.

Ejercicios

Sean las cadenas A: 0101 y B:0110. un sistema de punto fijo BSS con 4 bits, de los cuales 1 bit es fraccionario

1. ¿Cuánto vale $I_{ca2}(A)$?
2. ¿Cuánto vale $I_{ca2}(B)$?
3. ¿Cuál es la cadena C: A+B?
4. ¿Cuánto vale $I_{ca2}(C)$?

Punto Fijo

Para representar números reales en una computadora es necesario tener una manera de codificar la coma raíz. La forma mas simple se implementa conviniendo la posición de la coma en un lugar fijo, separando de esta manera la cadena en dos partes: parte entera y parte fraccionaria. Para poder representar la parte fraccionaria en necesario sacrificar el rango de alcance de la representación. Es decir cuantos mas bits fraccionarios posea un sistema, mayor precisión y menor rango poseerá (para una misma cantidad total de bits).

Es importante notar que los sistemas de representación de enteros son un caso particular de los sistemas de coma fija, es decir que **un sistema**

de punto fijo es un sistema entero escalado. Sea un sistema de Punto Fijo con n cifras enteras y t cifras fraccionarias ($k = n + t$):

$$I_{pfijo}(b_{k-1}...b_0) = (\sum_{i=0}^{t-1} 2^{b_i}) + (\sum_{i=t}^{k-1} 2^{-b_i})$$

o equivalentemente

$$I_{pfijo}(b_{k-1}...b_0) = \frac{I_{bss}(b_{k-1}...b_0)}{2^t}$$

Al haber una cantidad limitada de bits de la parte fraccionaria, también se limita la precisión y por lo tanto existe un error máximo en la representación de un número real denominado **error de redondeo**. Este error puede ser nulo para los números racionales [1], pero siempre existe en los irracionales.

Si la posición de la coma se la define en el extremo izquierdo, entonces todos los bits son fraccionarias, mientras que si está en el extremo derecho, entonces todas las cifras son enteras.

Ejercicios

Considerar un sistema de punto fijo BSS con 4 bits, de los cuales 1 bit es fraccionario

1. ¿Cuánto vale $X = I_{pfijo}(0100)$?
2. ¿Cuánto vale $Y = I_{pfijo}(0010)$?
3. ¿Cuánto vale $Z = I_{pfijo}(0001)$?
4. ¿Cuál es la escala de este sistema con respecto al sistema BSS(4)?

Fuente

Organización y Arquitectura de computadoras, William Stallings, 7ma edición.

[1] Un número x es racional si existen $a \in Z$ y $b \in Z$ tales que $x = \frac{a}{b}$. Los racionales tiene una cantidad finita de cifras o una periodicidad en su parte fraccionaria.