

## ALGORITMO DE RAMIFICACION Y ACOTAMIENTO PARA PROGRAMACION ENTERO MIXTA

---

P.E.M. Algunas variables ( por ejemplo  $i$  de ellas) están restringidas a valores enteros (pero no necesariamente "0" y "1"), y el resto son variables continuas comunes. Por conveniencias se ordenan de manera que las primeras  $i$  de ellas sean variables con restricción a enteras, la forma general del problema que se va a estudiar es :

$$Z(\max) = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

La estructura de este algoritmo fue estudiada por R.J Dakin basándose en un algoritmo anterior que se debe a LAN y DOIG.

Es similar al que se estudia para P.E.Binaria. De nuevo la soltura de P.L. proporciona la base tanto para la ramificación como para el acotamiento. Se necesitan 4 cambios al algoritmo de P.E.B. para generalización de variables enteras binarias a generales y de P.E. pura a P.E. mixta.

- 1er cambio: la elección de la "variable de ramificación" (antes se elegía la siguiente variable en el orden natural  $X_1$  hasta  $X_n$ ). Ahora las únicas que se toman son las variables enteras y que tienen un valor no entero en la solución de la soltura P.L para el subproblema actual. El orden será la primera de la lista en el orden natural.
- 2do cambio: es el valor asignado a las variables de ramificación (mientras que antes era "0" o "1") ahora puede existir un número grande de valores enteros posibles), pero igual se crean 2 subproblemas especificando 2 intervalos . Esto se hace partiendo del valor de la variable en la solución de soltura P.L. y eligiendo los 2 números enteros (anterior y posterior ) y quedan determinados 2 intervalos ejemplo:  
Ej Si  $X_j = 3 \frac{1}{2}$  Se toma  $X_j \leq 3$  y  $X_j \geq 4$   
se agregan estas desigualdades a las restricciones para cada uno de los nuevos subproblemas .  
Puede ocurrir, que en el paso de ramificación siguiente haya que volver a tomar la misma variable.(esto es variable de ramificación recurrente)
- 3er cambio: en el paso de acotamiento (antes se tomaba como 1er cota. el valor de Z solución óptima de la soltura de P.L. y se redondeaba hacia abajo pues los coeficientes de Z son enteros y las variables deben ser enteras, Z no puede ser decimal). Ahora algunas variables son enteras y otras no por lo tanto la cota es el valor de Z sin redondear.
- 4to cambio: está en la prueba de "sondeo" que referimos con el número 3 en el apunte de PE Binaria : ' **La solución óptima para su "soltura de P.L." es entera** '

En este caso se sondea si la solución resulta en valores enteros en aquellas variables restringidas a que sean enteras. Por supuesto el valor de Z para esta solución resultará en un Z incumbente: Z\*.  
Si en el proceso se ha encontrado por otra rama otro valor Z\* , en el caso de máxima el mayor debe considerarse la cota.

### Ejemplo

$$Z(\max) = 4 X_1 - 2 X_2 + 7 X_3 - X_4$$

$$\begin{cases} X_1 + 5 X_3 \leq 10 \\ X_1 + X_2 - X_3 \leq 1 \\ 6 X_1 - 5 X_2 \leq 0 \\ -X_1 + 2 X_3 - 2 X_4 \leq 3 \\ X_j \geq 0 \quad j=1,2,3,4 \quad X_j = \text{entero } J= 1,2,3 \end{cases}$$

Paso inicial : soltura P.L. ( 5/4 , 3/2 , 7/4 , 0 )      Z=14 ¼

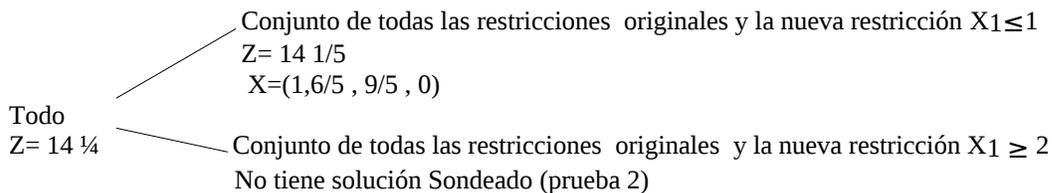
X1 debe ser entera ; se convierte en la variable de ramificación

Sub.1= Todas las restricciones y se agrega  $X_1 \leq 1$

Sub.2= Todas las restricciones y se agrega  $X_1 \geq 2$

Se resuelven las 2 solturas de P.L. (de cada subproblema)

Cuyas soluciones son :



Como X1 es entero la siguiente variable de ramificación es X2

Se divide en 2 subproblemas

Subp 3 restricciones originales

$$\begin{aligned} X_1 &\leq 1 \\ X_2 &\leq 1 \end{aligned}$$

Subp 4 restricciones originales

$$\begin{aligned} X_1 &\leq 1 \\ X_2 &\geq 2 \end{aligned}$$

Al resolver la soltura de P.L. de ellos se obtienen los siguientes resultados.

$$\begin{aligned} \text{Subp 3 } X &= ( 5/6 , 1 , 11/6 , 0 ) & Z &= 14 \frac{1}{4} \\ \text{Cota subp 3 } & & Z &\leq 14 \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Subp 4} & X = (5/6, 2, 11/6, 0) & Z = 12 \frac{1}{6} \\ & \text{Cota subp 4} & Z \leq 12 \frac{1}{6} \end{array}$$

Ninguno se sondea todavía  $Z = -\infty$  No encuentran otra Z de apoyo (incumbente)

Ambos tienen solución y ninguno es todavía de valores enteros para las variables enteras.

De ambos subproblemas ( caso empate ) se selecciona el de cota + grande .  
En la siguiente ramificación como  $X_1 = 5/6$  ;  $X_1$  se convierte en la variable de ramificación (variable de ramificación recurrente)  $X_1 \leq 0$      $X_1 \geq 1$

$$\begin{array}{ll} \text{Subp 5} & \text{todas las restricciones} \\ & X_1 \leq 1 \\ & X_2 \leq 1 \\ & X_1 \leq 0 & \text{ENTONCES } X_1 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Subp 6} & \text{todas las restricciones} \\ & X_1 \leq 1 \\ & X_2 \leq 1 \\ & X_1 \geq 1 & \text{ENTONCES } X_1 = 1 \end{array}$$

Entonces los resultados son

$$\begin{array}{ll} \text{Subp 5} & X = (0, 0, 2, \frac{1}{2}) & Z^* = Z = 13 \frac{1}{2} & \text{1er solución de apoyo (incumbente)} \\ \text{Subp 6} & \text{no tiene sol} & \text{ENTONCES se sondea} \end{array}$$

Con este valor de  $Z^* = 13 \frac{1}{2}$  se analiza el subp. 4 pero como  $Z \leq Z^*$  la solución obtenida es la óptima.